CH V DIVISEURS - MULTIPLES - FRACTIONS

RAPPELS DE COURS

QUESTION 36

Rappel 1

Quelques règles de calculs sur les fractions :

Simplifier : $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$ (b et c non nuls)

Somme : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{db} = \frac{ad + cb}{bd}$ (b et d non nuls)

On dit qu'il faut "réduire au même dénominateur"

Produit : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ (b et d non nuls)

$a \times \frac{d}{c} = \frac{a}{1} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{c}$ (c non nul)

On multiplie entre eux les deux numérateurs et les deux dénominateurs

Division : $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ (b, c et d non nuls)

Diviser par $\frac{c}{d}$, c'est multiplier par l'inverse de $\frac{c}{d}$, c'est-à-dire multiplier par $\frac{d}{c}$

QUESTION 37

Rappel 1

Quelques règles de calculs sur les fractions :

Simplifier : $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$ (b et c non nuls)

Somme : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{db} = \frac{ad + cb}{bd}$ (b et d non nuls)

On dit qu'il faut "réduire au même dénominateur"

Produit : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ (b et d non nuls)

$a \times \frac{d}{c} = \frac{a}{1} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{c}$ (c non nul)

On multiplie entre eux les deux numérateurs et les deux dénominateurs

Division : $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ (b, c et d non nuls)

Diviser par $\frac{c}{d}$, c'est multiplier par l'inverse de $\frac{c}{d}$, c'est-à-dire multiplier par $\frac{d}{c}$

QUESTION 38

Rappel 1

Un nombre premier est un entier p admettant exactement deux diviseurs : 1 et lui-même p .

Liste des nombres premiers inférieurs à 40 : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37 .

Rappel 2

Tout nombre entier naturel N se décompose de façon unique en un produit de facteurs premiers .

Exemple : décomposer 3 036 en un produit de facteurs premiers

$$\begin{array}{r|l} 3036 & 2 \\ 1518 & 2 \\ 759 & 3 \\ 253 & 11 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$

On écrit :

$3\ 036 = 2^2 \times 3 \times 11 \times 23$

Rappel 3

Calcul du plus grand commun diviseur ou pgcd des entiers naturels non nuls a, b et c :

• On décompose a, b et c en un produit de facteurs premiers

• On note les nombres premiers communs aux trois décompositions . On affecte alors à chacun de ces nombres premiers le plus petit des exposants apparaissant dans les trois décompositions de a, b et c .

• Le pgcd de a, b et c est le produit de ces nombres premiers affectés des exposants adéquats .

Exemple : $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ et $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ et $220 = 2^2 \times 5 \times 11$ donc :

Nombres premiers communs : 2 et 5 ;

exposant de 2 : 2 ; exposant de 5 : 1 .

Finalement : $\text{pgcd}(120\ ,\ 140\ ,\ 220) = 2^2 \times 5 = 20$

Rappel 4

Calcul du plus petit commun multiple ou ppcm des entiers naturels non nuls a, b et c :

• On décompose a, b et c en un produit de facteurs premiers

• On note quels sont les nombres premiers appartenant à l'une au moins des trois décompositions . On affecte alors à chacun de ces nombres premiers le plus grand des exposants apparaissant dans l'une au moins des trois décompositions de a, b et c .

• Le ppcm de a, b et c est le produit de ces nombres premiers affectés des exposants adéquats .

Exemple : $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ et $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ et $220 = 2^2 \times 5 \times 11$ donc :

Nombres premiers appartenant à l'une au moins des trois décompositions : 2, 3, 5, 7 et 11 ;

exposant de 2 : 3 ; exposant de 3 : 1; exposant de 5 : 1; exposant de 7 : 1 ; exposant de 11 : 1.

Finalement : $\text{ppcm}(120, 140, 220) = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 9\ 240$

Rappel 5

On a, pour a et b entiers naturels non nuls : $\text{pgcd}(a, b) \times \text{ppcm}(a, b) = a \times b$

Rappel 6

Simplification de fractions : $\dfrac{a \times c}{b \times c} = \dfrac{a}{b}$ (b et c non nuls)

Rappel 7

Les diviseurs communs aux trois entiers naturels non nuls a, b et c sont les diviseurs de leur pgcd .

QUESTION 39

Rappel 1

Un nombre premier est un entier p admettant exactement deux diviseurs : 1 et lui-même p .

Liste des nombres premiers inférieurs à 40 : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37 .

Rappel 2

Tout nombre entier naturel N se décompose de façon unique en un produit de facteurs premiers .

Exemple : décomposer 3 036 en un produit de facteurs premiers

$$\begin{array}{r|l} 3036 & 2 \\ 1518 & 2 \\ 759 & 3 \\ 253 & 11 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$

On écrit :

$3\ 036 = 2^2 \times 3 \times 11 \times 23$

Rappel 3

Calcul du plus grand commun diviseur ou pgcd des entiers naturels non nuls a, b et c :

• On décompose a, b et c en un produit de facteurs premiers

• On note les nombres premiers communs aux trois décompositions . On affecte alors à chacun de ces nombres premiers le plus petit des exposants apparaissant dans les trois décompositions de a, b et c .

• Le pgcd de a, b et c est le produit de ces nombres premiers affectés des exposants adéquats .

Exemple : $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ et $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ et $220 = 2^2 \times 5 \times 11$ donc :

Nombres premiers communs : 2 et 5 ;

exposant de 2 : 2 ; exposant de 5 : 1 .

Finalement : $\text{pgcd}(120, 140, 220) = 2^2 \times 5 = 20$

Rappel 4

Calcul du plus petit commun multiple ou ppcm des entiers naturels non nuls a, b et c :

• On décompose a, b et c en un produit de facteurs premiers

• On note quels sont les nombres premiers appartenant à l'une au moins des trois décompositions . On affecte alors à chacun de ces nombres premiers le plus grand des exposants apparaissant dans l'une au moins des trois décompositions de a, b et c .

• Le ppcm de a, b et c est le produit de ces nombres premiers affectés des exposants adéquats .

Exemple : $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ et $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ et $220 = 2^2 \times 5 \times 11$ donc :

Nombres premiers appartenant à l'une au moins des trois décompositions : 2, 3, 5, 7 et 11 ;

exposant de 2 : 3 ; exposant de 3 : 1; exposant de 5 : 1; exposant de 7 : 1 ; exposant de 11 : 1.

Finalement : $\text{ppcm}\,(120\,,\ 140\,,\ 220\,) = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 9\ 240$

Rappel 5

On a, pour a et b entiers naturels non nuls : $\text{p gcd}\,(a,\ b) \times \text{ppcm}\,(a,\ b) = a \times b$

Rappel 6

Simplification de fractions : $\dfrac{a \times c}{b \times c} = \dfrac{a}{b}$ (b et c non nuls)

Rappel 7

Les multiples communs aux trois entiers naturels non nuls a, b et c sont les multiples de leur ppcm .

QUESTION 40

Rappel 1

Les multiples communs aux trois entiers naturels non nuls a, b et c sont les multiples de leur ppcm .

Rappel 2

Calcul du plus petit commun multiple ou ppcm des entiers naturels non nuls a, b et c :

• On décompose a, b et c en un produit de facteurs premiers

• On note quels sont les nombres premiers appartenant à l'une au moins des trois décompositions . On affecte alors à chacun de ces nombres premiers le plus grand des exposants apparaissant dans l'une au moins des trois décompositions de a, b et c .

• Le ppcm de a, b et c est le produit de ces nombres premiers affectés des exposants adéquats .

Exemple : $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ et $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ et $220 = 2^2 \times 5 \times 11$ donc :

Nombres premiers appartenant à l'une au moins des trois décompositions : 2, 3, 5, 7 et 11 ;

exposant de 2 : 3 ; exposant de 3 : 1; exposant de 5 : 1; exposant de 7 : 1 ; exposant de 11 : 1.

Finalement : $\text{ppcm}\,(120\,,\ 140\,,\ 220\,) = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 9\ 240$

Rappel 3

Conversions : $1\ cm^3 = 0{,}001\ dm^3$ ou litre et $1\ dm^3 = 1\ 000\ cm^3$

QUESTION 41

Rappel 1

Les multiples communs aux trois entiers naturels non nuls a, b et c sont les multiples de leur ppcm .

Rappel 2

Calcul du plus petit commun multiple ou ppcm des entiers naturels non nuls a, b et c :

• On décompose a, b et c en un produit de facteurs premiers

• On note quels sont les nombres premiers appartenant à l'une au moins des trois décompositions . On affecte alors à chacun de ces nombres premiers le plus grand des exposants apparaissant dans l'une au moins des trois décompositions de a, b et c .

• Le ppcm de a, b et c est le produit de ces nombres premiers affectés des exposants adéquats .

Exemple : $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ et $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ et $220 = 2^2 \times 5 \times 11$ donc :

Nombres premiers appartenant à l'une au moins des trois décompositions : 2, 3, 5, 7 et 11 ;

exposant de 2 : 3 ; exposant de 3 : 1; exposant de 5 : 1; exposant de 7 : 1 ; exposant de 11 : 1.

Finalement : $\text{ppcm}\ (120\ ,\ 140\ ,\ 220\ ) = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 9\ 240$

Rappel 3

Conversions : $1\ dm^3 = 0{,}001\ m^3$ et $1\ m^3 = 1\ 000\ dm^3$ (1 litre = 1 dm^3)

QUESTION 42

Rappel 1

Les diviseurs communs aux deux entiers naturels non nuls a et b sont les diviseurs de leur pgcd .

Rappel 2

Calcul du plus grand commun diviseur ou pgcd des entiers naturels non nuls a et b :

• On décompose a et b en un produit de facteurs premiers

• On note les nombres premiers communs aux deux décompositions . On affecte alors à chacun de ces nombres premiers le plus petit des exposants apparaissant dans les décompositions de a et b .

• Le pgcd de a et b est le produit de ces nombres premiers affectés des exposants adéquats .

Exemple : $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ et $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ donc :

Nombres premiers communs : 2 et 5 ;

exposant de 2 : 2 ; exposant de 5 : 1 .

Finalement : $\text{p gcd}\ (120\ ,\ 140\ ) = 2^2 \times 5 = 20$

Rappel 3

Soustraire, par <u>calcul direct</u>, du nombre N (N = valeur initiale) un pourcentage x % de N :

- <u>valeur de la baisse</u> : $\frac{x}{100} \times N$

- <u>valeur finale</u> : valeur finale $= N - \frac{x}{100} \times N$ (car il s'agit d'une baisse)